

Simulation einer Gebäudeheizung

Technische Dokumentation

Michael Sturm¹

Lehrstuhl Prof. Dr. Dr. h.c. W. Brauer
Institut für Informatik
Technische Universität München

22. Dezember 1998

Kurzfassung

Um die Eignung neuronaler Netze zur Lösung verschiedenartigster Probleme testen zu können ist es notwendig über ausreichende Datenmengen zu verfügen. Die folgende Simulation einer Gebäudeheizung in Matlab/Simulink² wurde entwickelt, um speziell die Problematik von Totzeiten gekoppelt mit nichtlinearen Übertragungsfunktionen analysieren zu können. Wesentliches Ziel dabei ist, daß das Simulationsmodell in seinem Verhalten einfach zu verstehen ist, und damit eine genaue Analyse auch der Vorgänge im neuronalen Netz möglich ist.

1 Aufbau und Funktionsweise

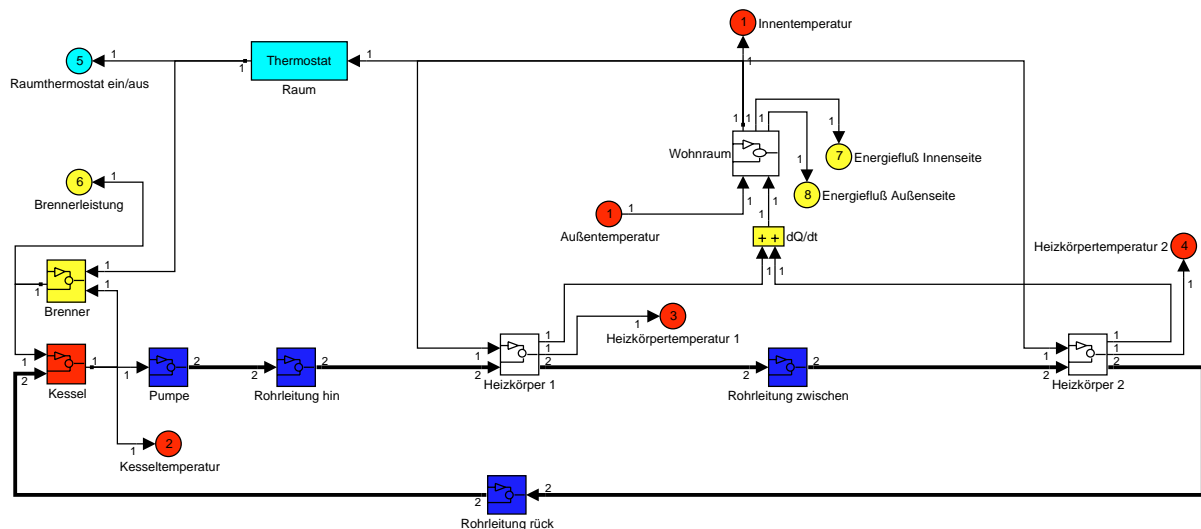
Wie bereits erwähnt, sollen Totzeitphänomene in Kombination mit nichtlinearen Übertragungsfunktionen untersucht werden. Die folgende Simulation enthält deshalb an mehreren Stellen Totzeitglieder (z.B. in der Rohrleitung oder der Wand) aber auch Nichtlinearitäten (z.B. im Wohnraum). Darüber hinaus regelt ein Heizkörperthermostat in Kombination mit einem Raumthermostat die Temperatur in bekannter Weise. Ebenfalls implementiert ist ein Nachtabsenkung und Regelung der Kesseltemperatur.

¹ Das diesem Bericht zugrundeliegende Vorhaben wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie unter dem Förderkennzeichen 01IN510C8 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor.

² Die Matlab/Simulink Umgebung wurde gewählt, da dort das Softwarepaket AMoC (siehe auch FKI-224-97) mit einer Vielzahl von neuronalen Modellen zur Verfügung steht.

Die komplette Simulation einer Heizung besteht aus den folgenden Teilsystemen:

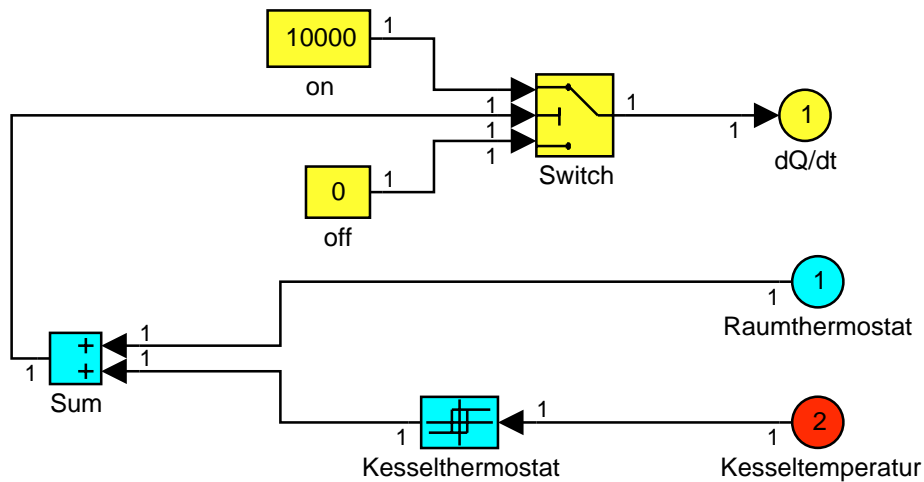
- Brenner
- Kessel
- Pumpe
- Rohrleitung
- Heizkörper
 - Heizungsthermostat
 - Mischer
- Raumthermostat
- Wohnraum
 - Fenster/Türen
 - Wand



In den Grafiken wurden folgende farbliche Kennzeichnungen verwendet:

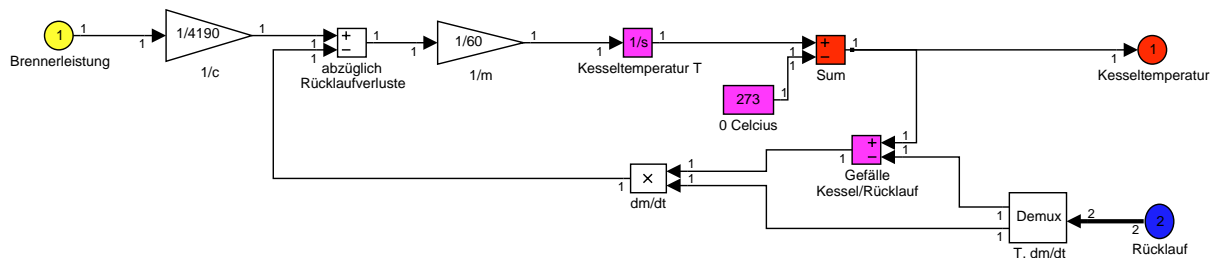
- Rot Temperatur in Grad Celcius
- Magenta Temperatur bzw. Temperaturdifferenz in Kelvin
- Gelb Energiefluß bzw. Leistung in Watt
- Blau Wassermassentransport dm/dt in kg/s, Temperatur T in Grad Celcius
- Cyan Schaltausgänge
- Schwarz Keine spezielle Bedeutung

1.1 Brenner



Der Brenner liefert eine konstante Leistung $\dot{Q}_{Brenner}$ (15000 Watt). Die Regelung erfolgt einerseits über die Vorgabe einer Kesseltemperatur (55° Celcius), andererseits über einen Raumthermostaten.

1.2 Kessel



Im Kessel wird durch die Brennerleistung $\dot{Q}_{Brenner}$ das Heizwasser der Masse m erhitzt. Dabei wird berücksichtigt, daß sich das aus dem Heizungssystem zurücklaufende Wasser mit dem im Kessel befindlichen mischt. Die Formeln lauten:

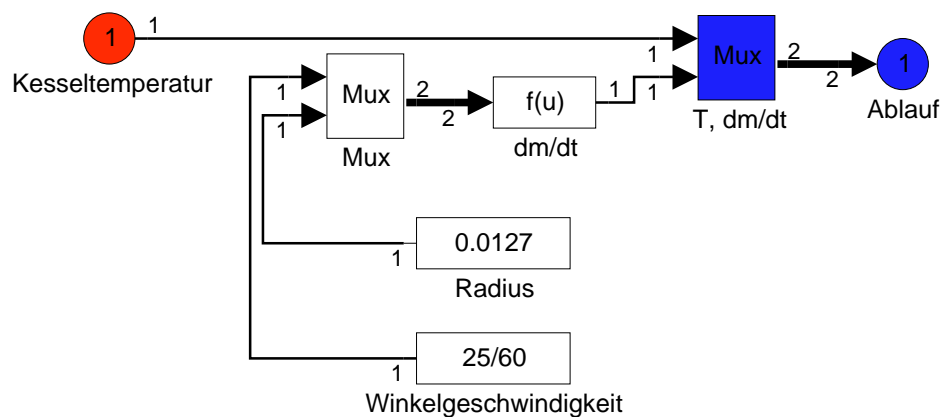
$$\dot{Q}_{Kessel} = \dot{Q}_{Brenner} + \dot{Q}_{Rücklauf} - \dot{Q}_{Ablauf} = \dot{Q}_{Brenner} - \dot{m} \cdot c_{Wasser} \cdot (T_{Ablauf} - T_{Rücklauf}) \quad [1]$$

$$T_{Kessel} = \int \frac{\dot{Q}_{Kessel}}{m \cdot c_{Wasser}} dt = \int \frac{\dot{Q}_{Brenner}}{m \cdot c_{Wasser}} - \frac{\dot{m} \cdot (T_{Ablauf} - T_{Rücklauf})}{m} dt \quad [2]$$

Formeln [1] und [2] verwenden folgende Bezeichnungen:

- c_{Wasser} Spezifische Wärmekapazität von Wasser $\approx 4.19 \text{ kJ/kgK}$
- m Zu erheizende Wassermasse
- \dot{m} Durch die Pumpe erzeugter Massenstrom
- T Temperatur in Kelvin
- \dot{Q} Leistung

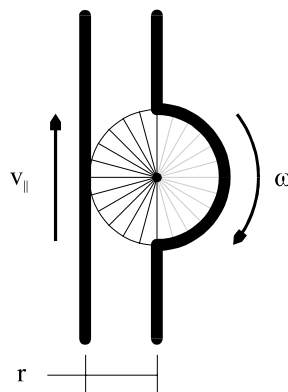
1.3 Pumpe



Die Pumpe befördert Wasser der Kesseltemperatur T mit dem Massenstrom \dot{m} . Das heißt, in einem Zeitraum Δt wird die Wassermasse $\dot{m} \cdot \Delta t$ befördert. Der Massenstrom errechnet sich aus dem Rohrdurchmesser r und der Pumpendrehzahl ω :

$$\dot{m} \approx \bar{v}_1 \cdot r^2 \pi \cdot \rho$$

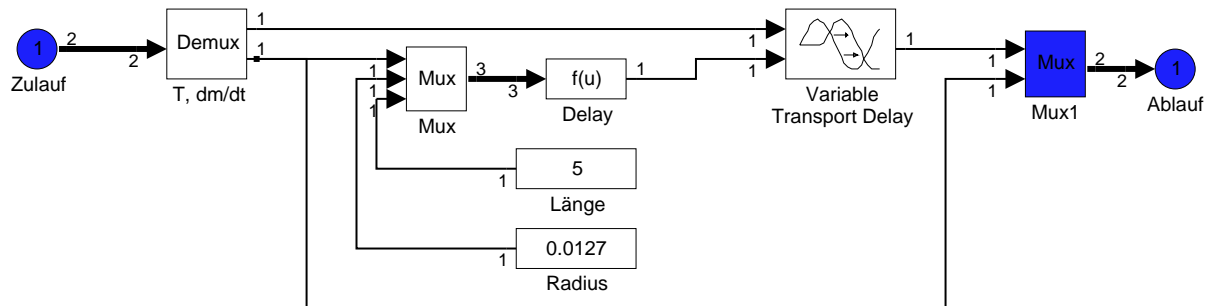
$$\bar{v}_1 = \frac{r\pi}{2} \omega \quad [3]$$



Die Bezeichnungen in Formel [3] sind:

ρ_{Wasser}	Dichte von Wasser	$\approx 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
r	Rohrradius	$\approx \frac{1}{2}''$
ω	Winkelgeschwindigkeit	
\dot{m}	Massenstrom	
π	Kreiszahl Phi	≈ 3.1415
\bar{v}_{\parallel}	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit	

1.4 Rohrleitung



Die Modellierung der Verbindungsleitungen geht von ideal isolierten Rohren aus. D.h. es ist nur die Zeitverzögerung

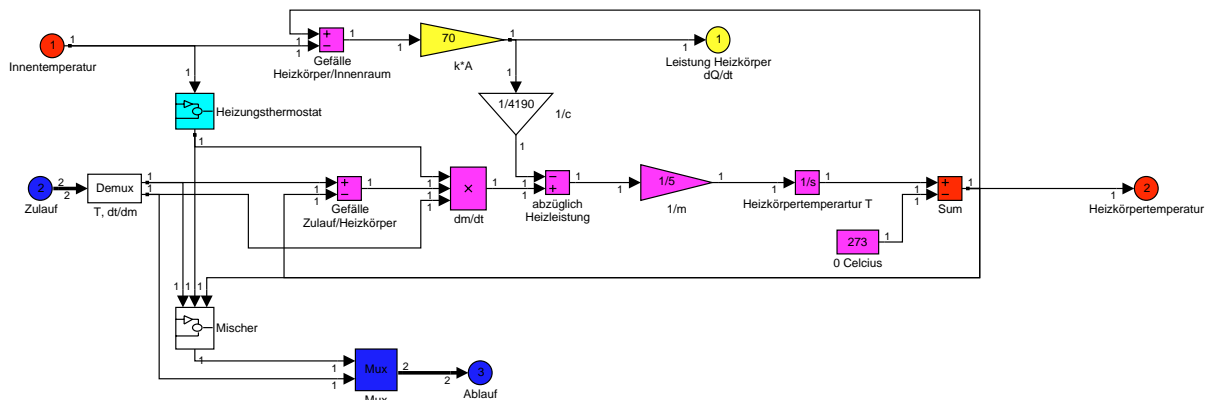
$$\tau = \frac{\rho_{Wasser} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot l}{\dot{m}} \quad [4]$$

realisiert, die das Wasser vom Rohreintritt bis zum Rohraustritt benötigt, nicht aber der Temperaturverlust an die Umgebung.

Formel [4] verwendet folgende Bezeichnungen:

ρ_{Wasser}	Dichte von Wasser	$\approx 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
r	Rohrradius	$\approx \frac{1}{2}''$
l	Rohrlänge	
\dot{m}	Massenstrom	
π	Kreiszahl Phi	≈ 3.1415

1.5 Heizkörper



Das Wasser im Heizkörper wird mit dem zulaufenden Heizwasser gemischt und dadurch erwärmt. Dabei wird berücksichtigt, daß durch einen Heizungsthermostaten unter Umständen nur ein Teil des Heizwassers in den Heizkörper gelangt, und der Rest direkt in die Zirkulationsleitung rückgespeist wird.

Aufgrund des Temperaturgefälles zwischen Heizkörper und Innenraum, kommt es zusätzlich noch zu einem Energiefluß zwischen diesen. Hierbei gelten folgende Beziehungen:

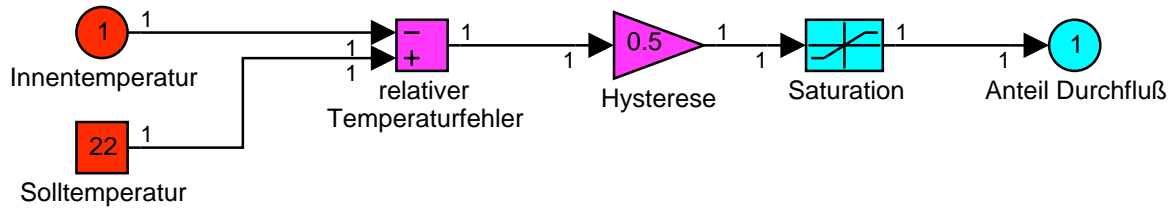
$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{Heizkörper}} &= \dot{Q}_{\text{Zulauf}} - \dot{Q}_{\text{Ablauf}} - \dot{Q}_{\text{Heizleistung}} \\ &= \lambda \cdot \dot{m} \cdot c_{\text{Wasser}} \cdot (T_{\text{Zulauf}} - T_{\text{Ablauf}}) - k \cdot A_{\text{Heizkörper}} \cdot (T_{\text{Heizkörper}} - T_{\text{Wohnraum}}) \end{aligned} \quad [5]$$

$$\begin{aligned} T_{\text{Heizkörper}} &= \int \frac{\dot{Q}_{\text{Heizkörper}}}{m \cdot c_{\text{Wasser}}} dt \\ &= \int \lambda \frac{\dot{m} \cdot (T_{\text{Zulauf}} - T_{\text{Ablauf}})}{m} - \frac{k \cdot A_{\text{Heizkörper}} \cdot (T_{\text{Heizkörper}} - T_{\text{Wohnraum}})}{m \cdot c_{\text{Wasser}}} dt \end{aligned} \quad [6]$$

Formeln [5] und [6] verwendet folgende Bezeichnungen:

c_{Wasser}	Spezifische Wärmekapazität von Wasser	$\approx 4.19 \text{ kJ/kgK}$
m	Zu erheizende Wassermasse	
\dot{m}	Durch die Pumpe erzeugter Massenstrom	
T	Temperatur in Kelvin	
\dot{Q}	Leistung	
A	Am Wärmeaustausch beteiligte Oberfläche	
k	Wärmedurchgangskoeffizient	
λ	Anteil des Wasserdurchflusses	$\in [0 \equiv \text{aus}, 1 \equiv \text{ein}]$

1.5.1 Heizkörperthermostat



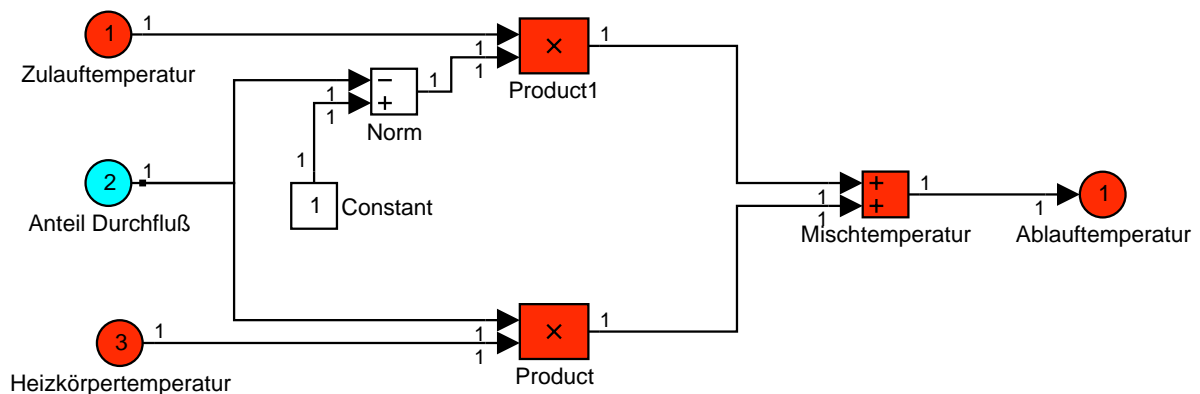
Der Thermostat regelt den Durchfluß des Heizwassers durch den Heizkörper im Hyserebereich φ linear von 0% bis 100%. Ist die Innentemperatur größer oder gleich der Solltemperatur, so beträgt der Durchflußanteil 0%. Liegt die Innentemperatur mehr als φ Grad unter der Solltemperatur, so ist er 100%. Die korrespondierende Formel lautet:

$$\lambda = \max(\min(T_{Soll} - T_{Wohnraum}, \varphi), 0) \quad [7]$$

Die Bezeichnungen in Formel [7] sind:

- φ Hysterese des Thermostaten $\approx 2^\circ$
- T Temperatur in Kelvin
- λ Anteil des Wasserdurchflusses $\in [0 \equiv \text{aus}, 1 \equiv \text{ein}]$

1.5.2 Mischer



Der Mischer berechnet die Temperatur des ablaufenden Wassers anhand des Durchflußanteils λ des Heizwassers. Beträgt der Anteil 0%, so fließt das Wasser komplett am Heizkörper vorbei und hat Heizwassertemperatur. Ist der Thermostat komplett geöffnet (Durchflußanteil 100%), so fließt nur noch Wasser des

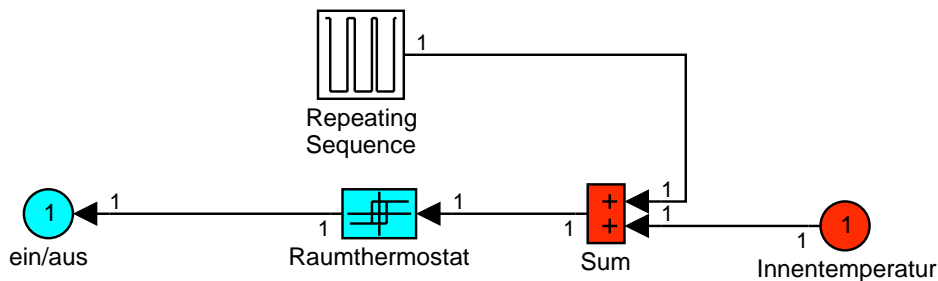
Heizkörpers ab. Die folgende Formel basiert auf dem zugrunde liegenden Energiefluß:

$$T_{\text{Ablauf}} = \lambda T_{\text{Heizkörper}} + (1 - \lambda) T_{\text{Zulauf}} \quad [8]$$

Die Bezeichnungen in Formel [8] sind:

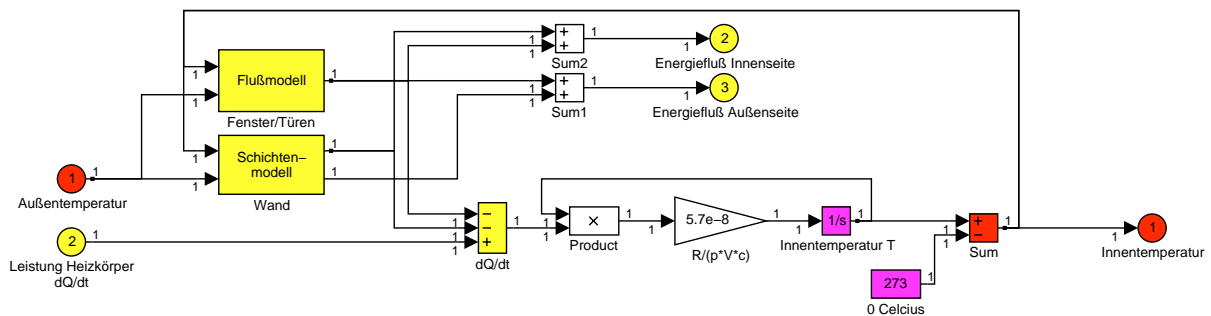
- T Temperatur in Kelvin
- λ Anteil des Wasserdurchflusses $\in [0 \equiv \text{aus}, 1 \equiv \text{ein}]$

1.6 Raumthermostat



Der Raumthermostat schaltet den Brenner des Kessels bei Erreichen einer Solltemperatur ab. Ist die Innentemperatur größer oder gleich der Solltemperatur, so ist der Brenner aus. Liegt die Innentemperatur mehr als φ Grad unter der Solltemperatur, so wird der Brenner wieder aktiviert. Der Solltemperaturverlauf kann explizit vorgegeben werden, wodurch eine Nachtabsenkung realisiert wird.

1.7 Wohnraum



Im Wohnraum wird durch die Heizkörperleistung $\dot{Q}_{\text{Heizkörper}}$ das Gasvolumen V erhitzt. Dabei wird die Ausdehnung des Gases während der Erwärmung und der

Energiefluß durch Wand und Fenster bzw. Türen berücksichtigt. Die Formeln lauten:

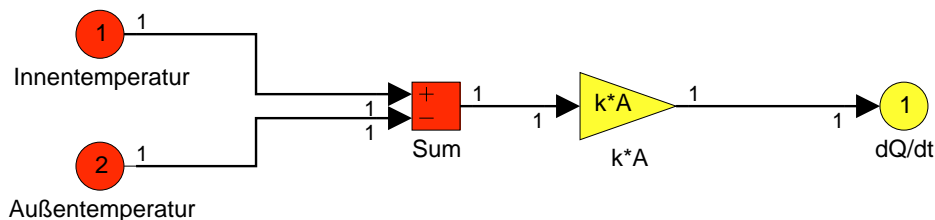
$$\dot{Q}_{\text{Wohnraum}} = \dot{Q}_{\text{Heizkörper}} - \dot{Q}_{\text{Verlust}} = \dot{Q}_{\text{Heizkörper}} - \dot{Q}_{\text{Wand}} - \dot{Q}_{\text{Fenster/Türen}} \quad [9]$$

$$T_{\text{Wohnraum}} = \int \frac{R_{\text{Luft}} \cdot T_{\text{Wohnraum}}}{p \cdot V_{\text{Wohnraum}} \cdot c_{\text{Luft}}} \cdot \dot{Q}_{\text{Wohnraum}} dt \quad [10]$$

Formeln [9] und [10] verwenden folgende Bezeichnungen:

c_{Luft}	Spezifische Wärmekapazität von Wasser ($p=\text{const}$)	$\approx 1.009 \text{ kJ/kgK}$
R_{Luft}	Gaskonstante	$\approx 287 \text{ J/kgK}$
V_{Wohnraum}	Beteiligtes Gasvolumen	
T	Temperatur in Kelvin	
\dot{Q}	Leistung	
A	Am Wärmeaustausch beteiligte Oberfläche	
p	Luftdruck	
k	Wärmedurchgangskoeffizient	

1.7.1 Fenster und Türen



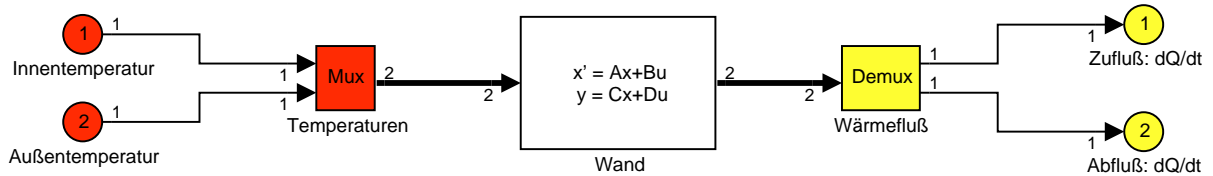
Da Fenster und Türen eine zu vernachlässigende Wärmekapazität besitzen, wird in der Simulation ein stationärer Wärmeenergiefluß angenommen. Es ergibt sich somit:

$$\dot{Q}_{\text{Fenster/Türen}} = k \cdot A_{\text{Fenster/Türen}} \cdot (T_{\text{Wohnraum}} - T_{\text{Außen}}) \quad [11]$$

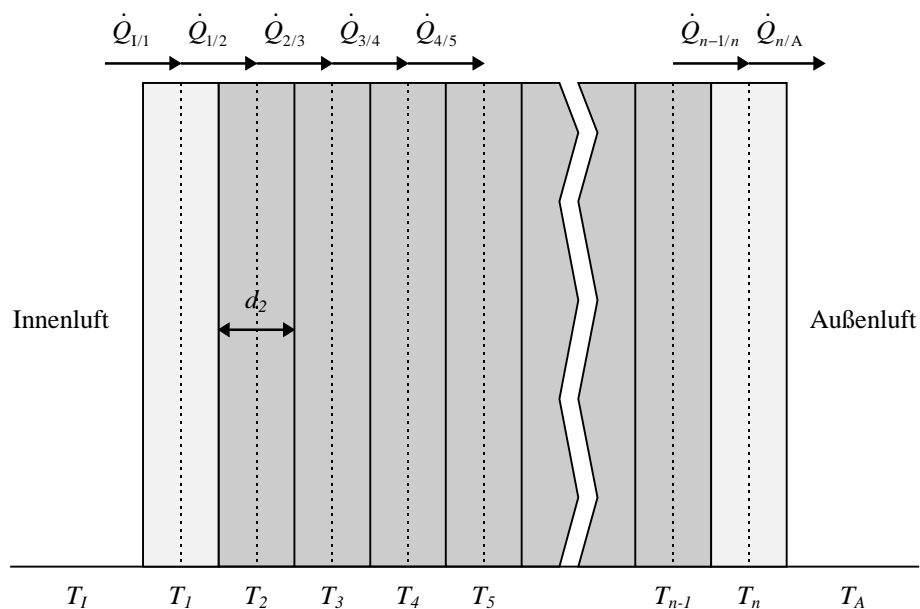
Formel [11] verwendet folgende Bezeichnungen:

- T Temperatur in Kelvin
- \dot{Q} Leistung
- A Am Wärmeaustausch beteiligte Oberfläche
- k Wärmedurchgangskoeffizient

1.7.2 Wand



Zur Simulation der Wand wurde ein Schichtenmodell verwendet. Die Wand wird dabei in n Schichten unterteilt. Die Schicht i besitzt dabei die Dicke d_i , die momentane Temperatur T_i und den Wärmewiderstand λ_i . Der Wärmeenergiefluß von der Schicht i zur Schicht $i+1$ wird mit $\dot{Q}_{i/i+1}$ bezeichnet und ist somit positiv, wenn $T_i > T_{i+1}$ gilt. Die folgende Abbildung verdeutlicht nochmals das zugrundegelegte physikalische System.



Für den Wärmeenergiefluß $\dot{Q}_{i/i+1}$ und die Temperatur T_i gilt nun:

$$\dot{Q}_{i/i+1} = \frac{2\lambda_i\lambda_{i+1}}{\underbrace{\lambda_{i+1}d_i + \lambda_i d_{i+1}}_{\beta}} \cdot A_{\text{Außenwand}} \cdot (T_i - T_{i+1}) \quad [12]$$

$$T_i = \int \frac{\dot{Q}_{i-1/i} - \dot{Q}_{i/i+1}}{A_{\text{Außenwand}} \cdot d_i \cdot \rho_i \cdot c_i} dt, \quad i \in \{1, n_{\text{Schichten}}\} \quad [13]$$

Aus Formel [12] und [13] läßt sich nun folgendes Differentialgleichungssystem herleiten:

$$\dot{T}_i = \frac{1}{d_i \cdot \rho_i \cdot c_i} \cdot (\beta_{i-1} \cdot T_{i-1} - (\beta_{i-1} + \beta_i) \cdot T_i + \beta_i \cdot T_{i+1}), \quad i \in \{1, n\} \quad [14]$$

Will man nun das System [14] in der Form $\dot{T} = A \cdot T + B \cdot U$ darstellen, so erhält man für die Matrizen A und B :

$$A \equiv \begin{pmatrix} -(\beta_0 + \beta_1) & \beta_1 & & & & \\ \beta_1 & -(\beta_1 + \beta_2) & \beta_2 & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \beta_{n-2} & -(\beta_{n-2} + \beta_{n-1}) & \beta_{n-1} \\ & & & & \beta_{n-1} & -(\beta_{n-1} + \beta_n) \end{pmatrix} \quad [15]$$

$$B \equiv \begin{pmatrix} \beta_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & \beta_n \end{pmatrix}$$

Als Ausgabegrößen bieten sich nun der Wärmeenergiefluß $\dot{Q}_{1/1}$ in die Wand und $\dot{Q}_{n/A}$ aus der Wand an:

$$\dot{Q} = C \cdot T + D \cdot U$$

$$C = \begin{pmatrix} -\beta_0 \cdot A_{\text{Außenwand}} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_n \cdot A_{\text{Außenwand}} \end{pmatrix} \quad [16]$$

$$D = \begin{pmatrix} \beta_0 \cdot A_{\text{Außenwand}} & 0 \\ 0 & -\beta_n \cdot A_{\text{Außenwand}} \end{pmatrix}$$

Die Formeln [12] bis [16] verwenden folgende Bezeichnungen:

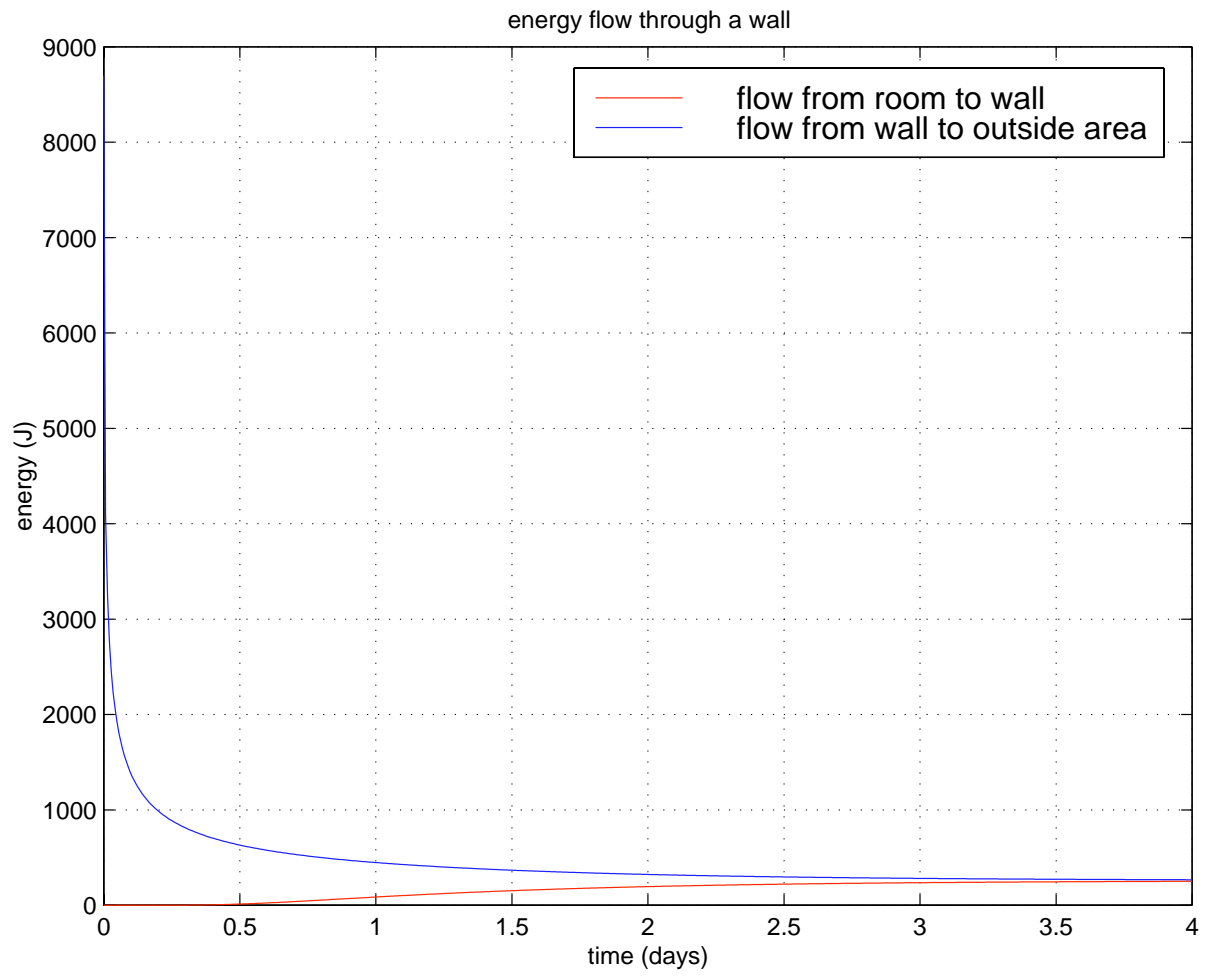
d	Schichtdicke
λ	Wärmewiderstand
ρ	Dichte
T	Temperatur in Kelvin
\dot{Q}	Wärmeenergiefluß (Leistung)
A	Am Wärmeaustausch beteiligte Oberfläche
c	Spezifische Wärmekapazität

2 Simulationsbeispiele

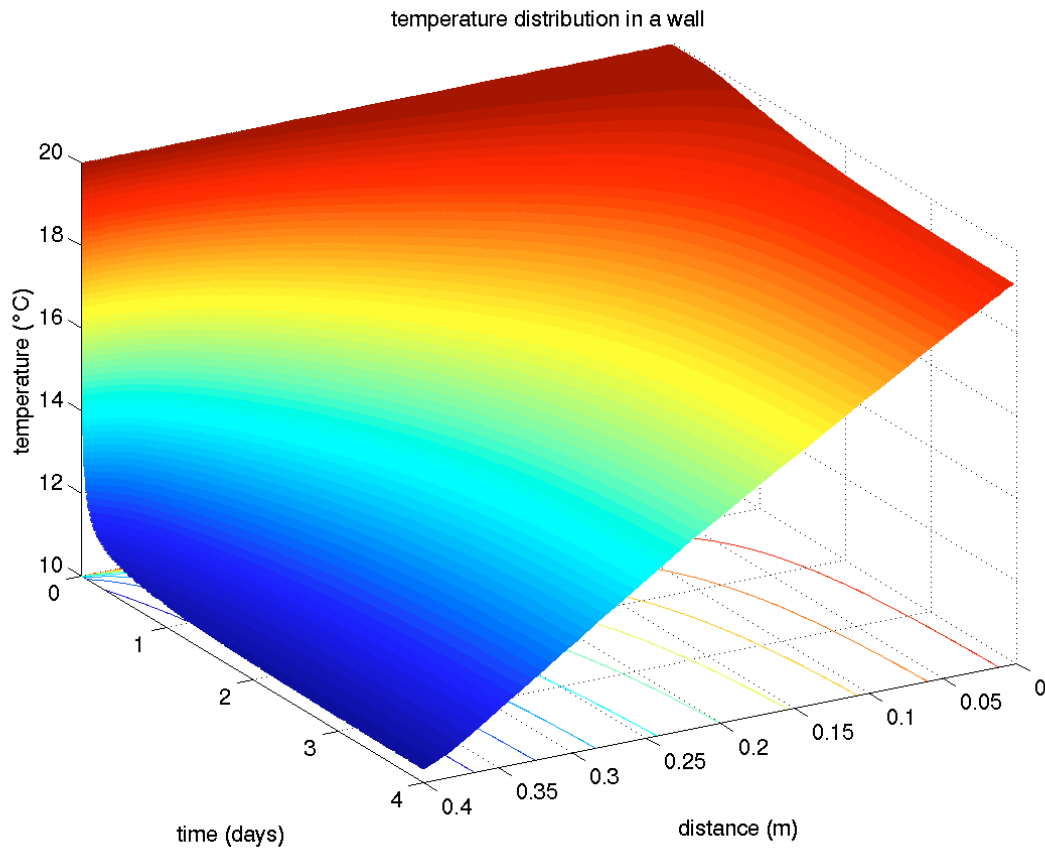
2.1 Energiefluß durch eine Wand bei konstanter Innen- und Außentemperatur

Für diese Simulation wurde eine konstante Ausgangswandtemperatur von 20°C angenommen. Anschließend fällt die Außentemperatur sprunghaft auf 10°C. Die folgende Grafik zeigt den Wärmeenergiefluß in die Wand hinein, bzw. aus der Wand heraus. Die Innentemperatur wird konstant angenommen, was einem beliebig großem Wärmereservoir entspricht. Die Wand wurde mit 50 Schichten simuliert.

Wie aus der Grafik ersichtlich ist, tritt ein nennenswerter Energiefluß nach dem Außentemperatursprung erst nach etwa einem halben Tag auf. Der stationäre Zustand wird nach ca. 4 Tagen erreicht, wie auch aus dem zeitlichen Verlauf des Wandtemperaturprofils ersichtlich ist.



Die folgende Grafik zeigt den zeitlichen Verlauf des Wandtemperaturprofils. Man erkennt den stationären Zustand nach ca. 4 Tagen, der einem konstanten Wärmefluß entspricht. Auch hier zeigt sich die Verzögerung von etwa $\frac{1}{2}$ Tag, bis Außentemperaturschwankungen zum Innenraum vordringen.



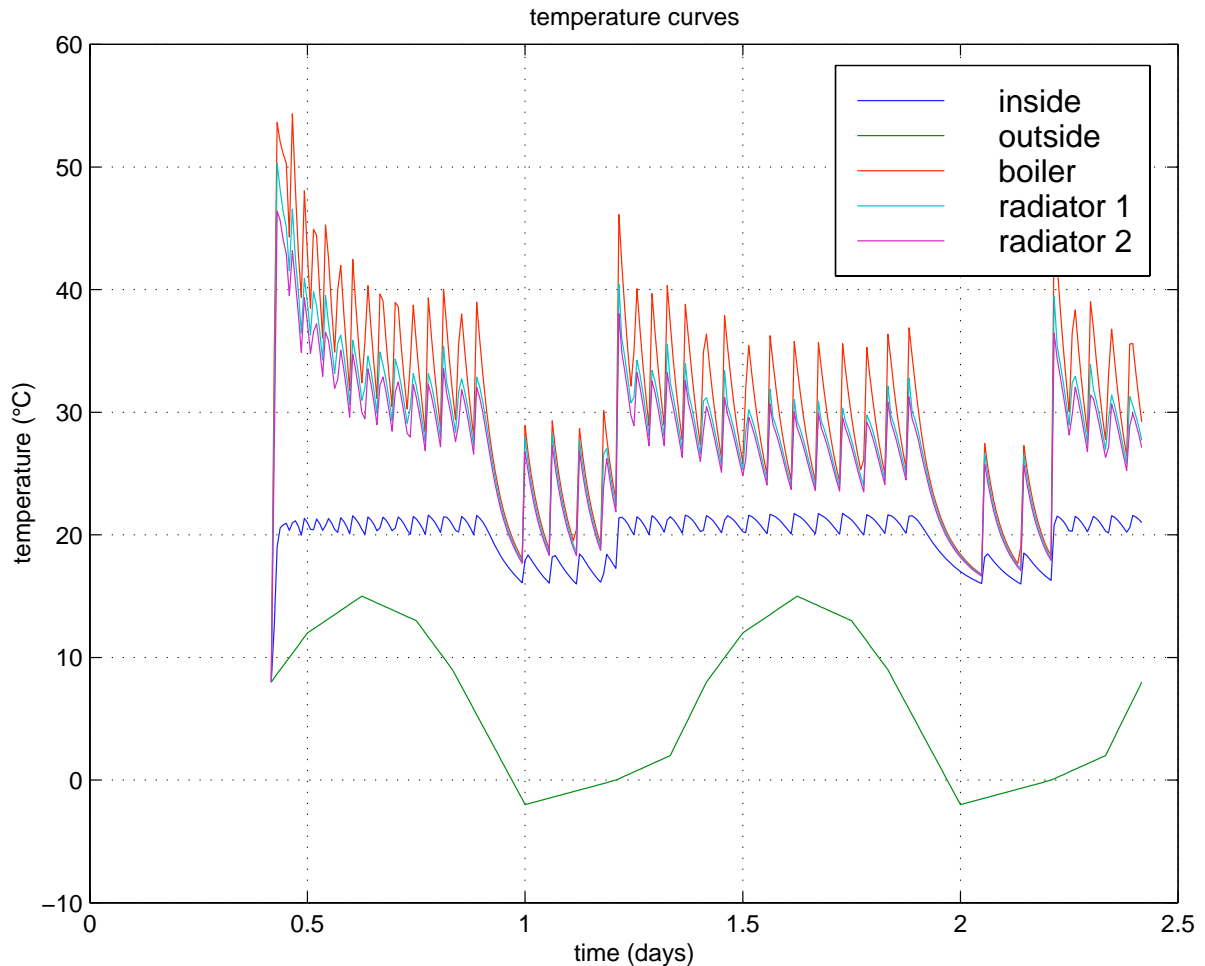
Zu bemerken ist, daß im realen Gebäude natürlich noch der Energiefluß durch Fenster und Türen zu berücksichtigen ist, die eine zu vernachlässigende Wärmekapazität besitzen.

2.2 Ein kompletter Zwei-Tages Heiz-Zyklus

Die verwendete Heizungsregelung besteht aus einem Raumthermostaten, der bei Temperaturen unter 20°C den Brenner einschaltet und mit einer Hysterese von ca. 1°C behaftet ist. Die Heizkörperthermostate regeln davon unabhängig und schließen den Warmwasserzufluß bei 23°C . Der Kesselthermostat ist so eingestellt, daß er versucht die Kesseltemperatur über 50°C zu halten. Die Hysterese liegt bei ca. 5°C .

Der Temperaturverlauf der Außentemperatur orientiert sich am Profil eines normalen Herbsttages. Die eingesetzten Konstanten charakterisierten die übliche Zentralheizung eines Einfamilienhauses mit einem Gasbrenner.

Die folgenden Grafiken zeigen den Temperaturverlauf und den Energiefluß eines Zwei-Tages Heiz-Zyklus. Man sieht, daß die Wärmekapazität der Wand wie erwartet den Einfluß der Außentemperaturschwankungen stark abpuffert und verzögert. D.h. eine Heizstrategie sollte sich nicht nach der aktuellen Außentemperatur richten, sondern explizit den Energiefluß in die Wand und durch die Türen und Fenster modellieren.

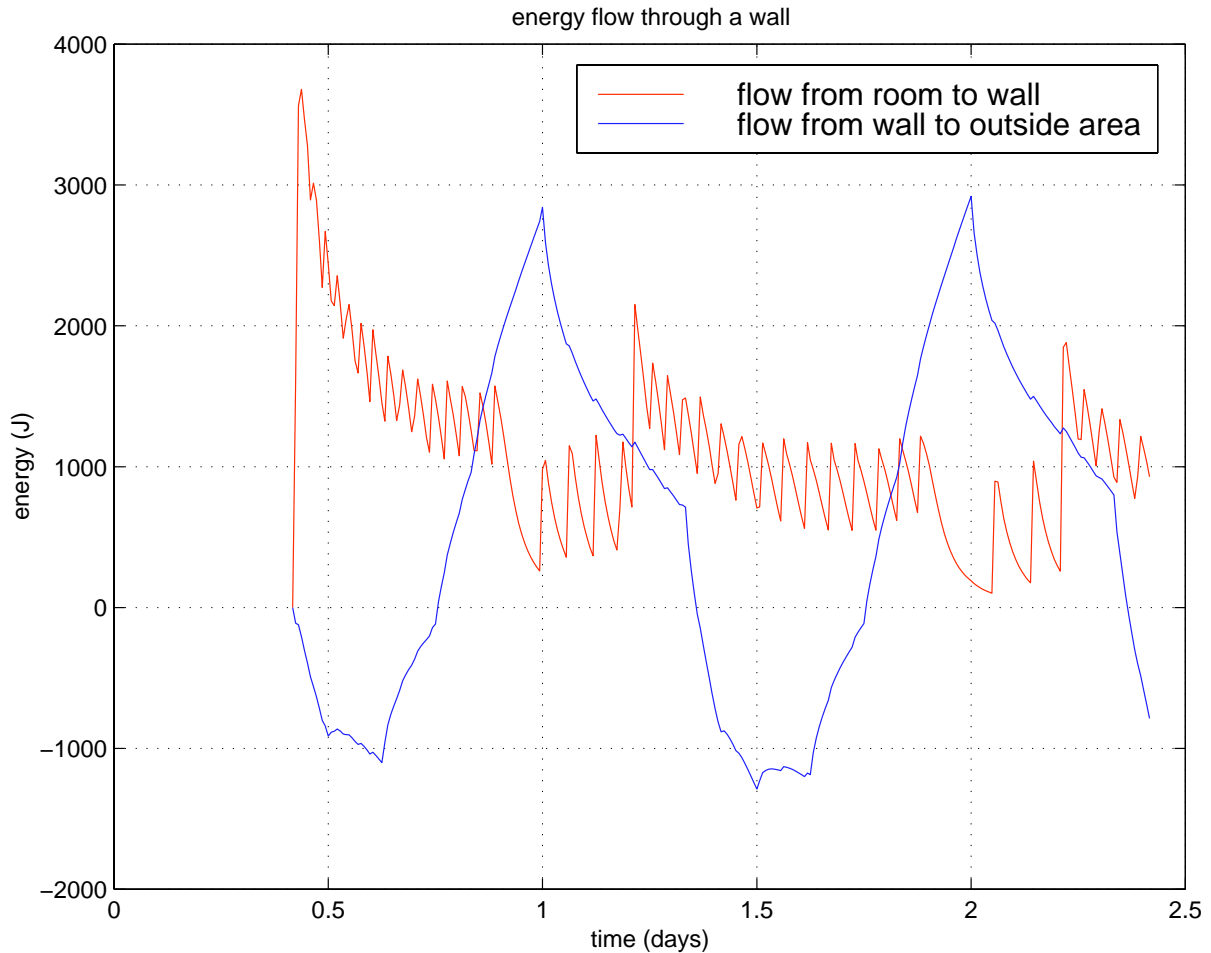


Deutlich erkennbar ist der Temperaturunterschied zwischen dem Kesselwasser und der Wassertemperatur im ersten Heizkörper. Dies ist auf den Mischvorgang mit dem noch kalten Wasser in Heizkreislauf zurückzuführen. Der Temperaturunterschied zwischen den beiden Heizkörpern ist offensichtlich mit dem Aufheizen der Raumluft verbunden.

Wie zuvor beschrieben befinden sich zwischen den einzelnen Komponenten jeweils verzögernde Rohrleitungen, was ebenfalls aus den Temperaturverläufen abgelesen werden kann.

Die nächste Grafik zeigt den Energiefluß während der Simulationphase vom Wohnraum in die Wand $Q_{V1}(t)$ bzw. von der Wand in die Umgebung $Q_{50/A}(t)$. Da die Wand über keine eigenständige Energiequelle verfügt, muß aufgrund des

Energieerhaltungssatzes $\int_{\tau \rightarrow \infty} Q_{I/1}(\tau) - Q_{50/A}(\tau) d\tau$ gelten, was sich auch an der Grafik ablesen läßt.



Die letzte Grafik zeigt wieder den zeitlichen Verlauf des Wandtemperaturprofils. Man erkennt auch hier, daß die Wärmekapazität der Wand den Einfluß der Außentemperaturschwankungen stark abpuffert und um etwa $\frac{1}{2}$ Tag verzögert.

Bemerkenswert ist, daß im Mauerkerne nur minimale Temperaturschwankungen auftreten. Die Kerntemperatur schwankt dabei ca. um 8°C herum.

Auch aus dieser Grafik läßt sich ablesen, daß eine Außentemperaturnachführung eigentlich nicht sinnvoll ist. Um eine optimale Regelung zu erreichen sollte die Wärmekapazität der Wände nicht vernachlässigt werden. Eine optimale Strategie muß exakt die Wärmemenge produzieren, die momentan nötig ist, um den Energieverlust durch Wände, Türen und Fenster hindurch zu kompensieren.

temperature distribution in a wall

